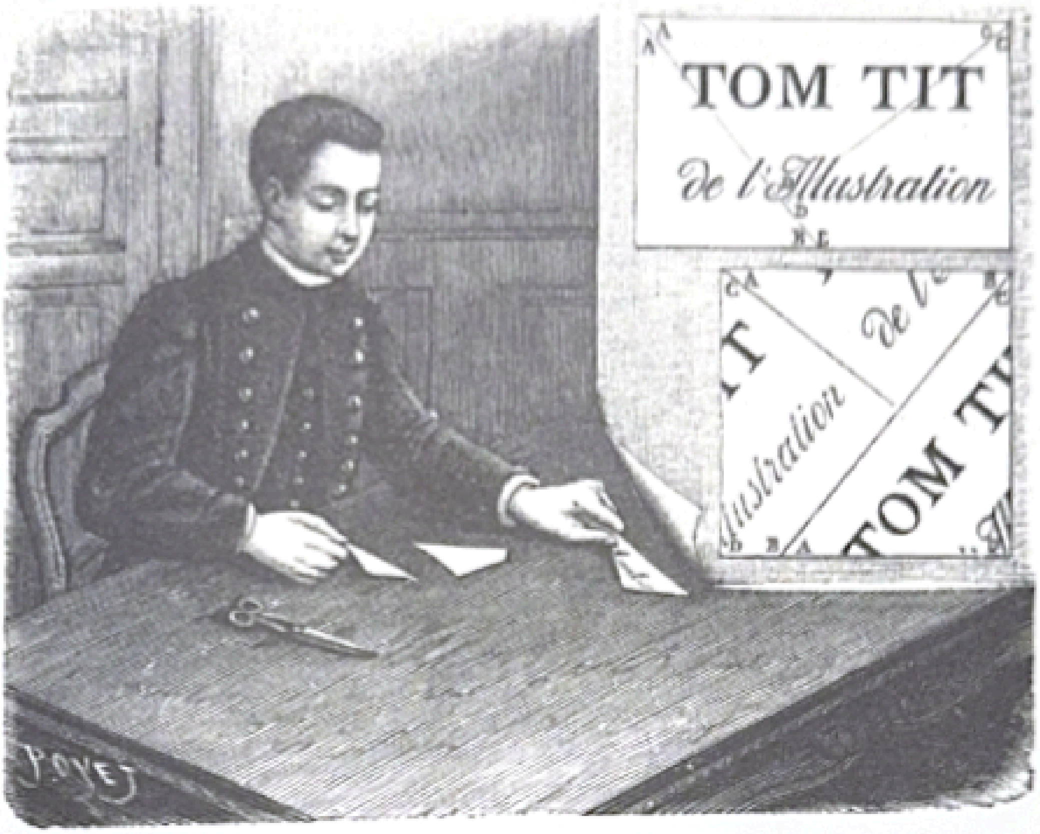
Scans from La Science Amusante
For

For AIM Special Session on Math Circles
for Makers, Creators, and Artists, III

Thursday 1/09/25 9:30 - 10 am

“Recreational Math from the Book Series La Science Amusante by Tom Tit, Librairie Larousse-Paris” 59th Edition, First published in 1890.

V. — PROBLÈMES



Rectangle changé en carré, en deux coups de ciseaux.

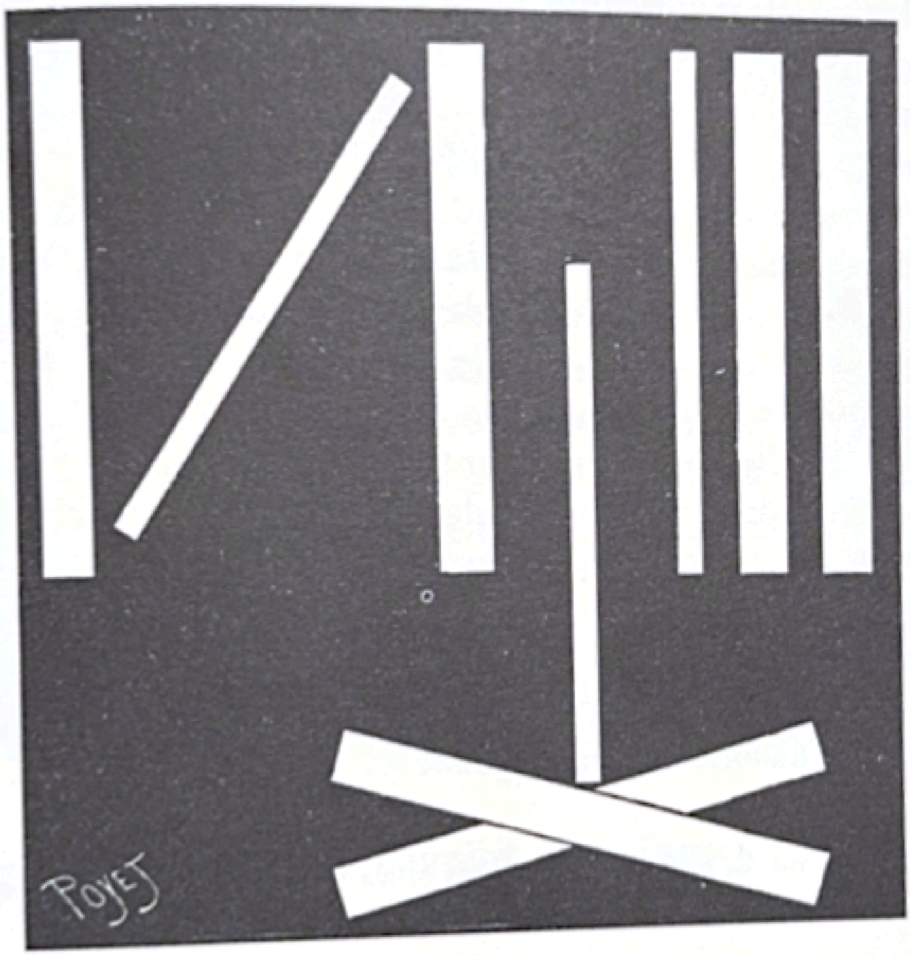
Tracez, sur une carte de visite, une ligne A B joignant le point A situé à l'extrémité de gauche du long côté A C à un point B quelconque situé sur le côté opposé.

Du point C, extrémité de droite de A C, abaissez une perpendiculaire sur cette ligne A B. Il faut que le point B soit placé de telle sorte que les deux lignes A B et C D aient la même longueur.

On pourrait le déterminer mathématiquement du premier coup, mais vous y arriverez plus vite par tâtonnement, en reculant B vers la droite ou vers la gauche, selon que A B sera plus courte ou plus longue que C D.

Pour cette recherche de la position de B, vous pouvez faire passer par A et par C les deux côtés de l'angle droit d'une équerre, tracer le long de ces côtés les lignes A D et C D, prolonger A D jusqu'en B, et recommencer jusqu'à ce que B ait la position voulue.

Il ne vous reste plus qu'à donner les deux coups de ciseaux suivant A B et C D; vous découpez ainsi la carte en trois morceaux, que vous assemblez, comme l'indique notre dessin, pour former un carré parfait.



Illusion d'optique :

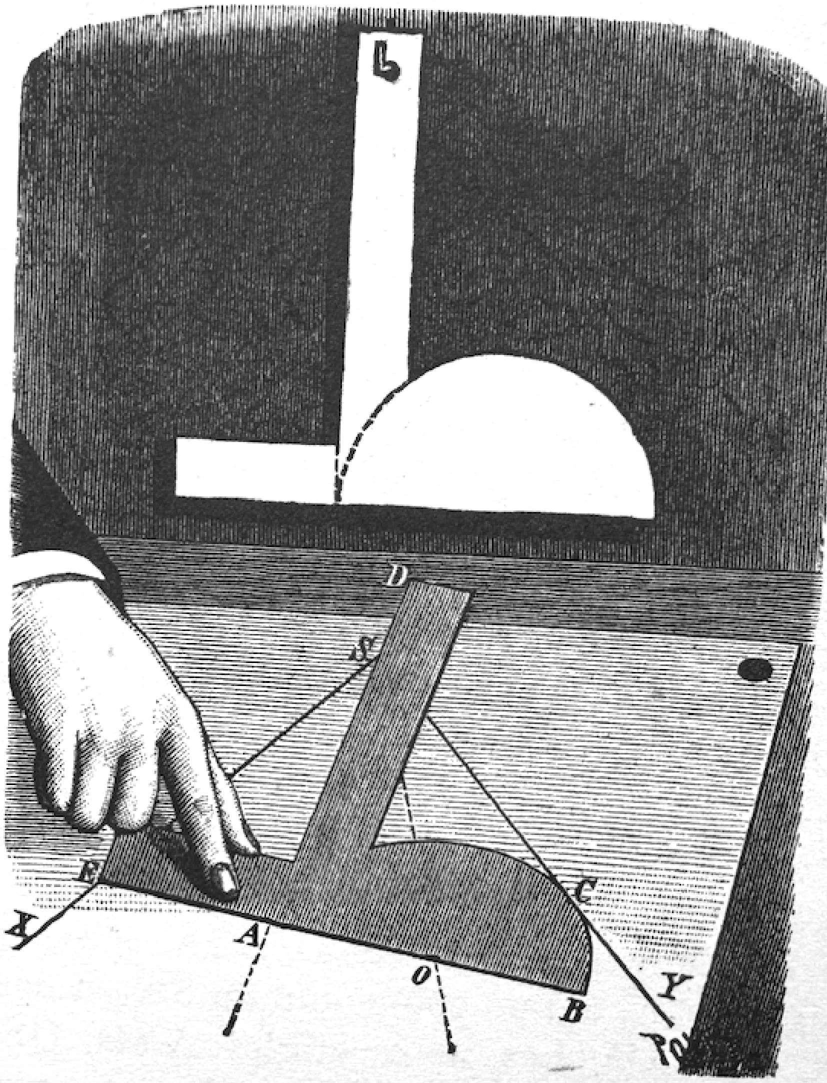
LIGNES VERTICALES ET HORIZONTALES.

PRENEZ trois bandes de papier blanc d'égale longueur, mais dont l'une soit moitié moins large que les deux autres. Croisez en forme de × les deux bandes de même largeur, et à leur intersection placez verticalement la plus mince : elle paraîtra *plus longue*, et il vous faudra démontrer à l'aide du compas que les longueurs des trois bandes sont rigoureusement égales, pour que les spectateurs se rendent à l'évidence. Cette illusion, très sensible pour celui qui regardera notre dessin, le sera encore davantage avec des morceaux de papier blanc posés sur un fond de papier ou de drap noir.

Si vous faites maintenant, avec vos trois bandes, une figure ayant la forme de la lettre H, la bande étroite formant la barre horizontale, et que vous fassiez pivoter cette bande de manière à la mettre de travers, elle vous paraîtra *moins longue* que les deux bandes verticales, bien qu'elle soit exactement de même longueur.

Ainsi donc, une bande de papier qui est exactement de la longueur de deux autres vous paraîtra soit plus grande, soit plus petite, selon la position que vous lui aurez donnée par rapport à ces deux autres, et cela par suite de la curieuse illusion d'optique dont chacun pourra aisément être le jouet (1).

(1) Voir vol. II, p. 131, l'illusion de la bande de papier noire et blanche.



La Trisection de l'angle.

Voici une sorte d'équerre facile à construire, qui vous permettra de diviser un angle quelconque en trois parties égales.

Elle est formée d'une planchette découpée de la façon suivante :

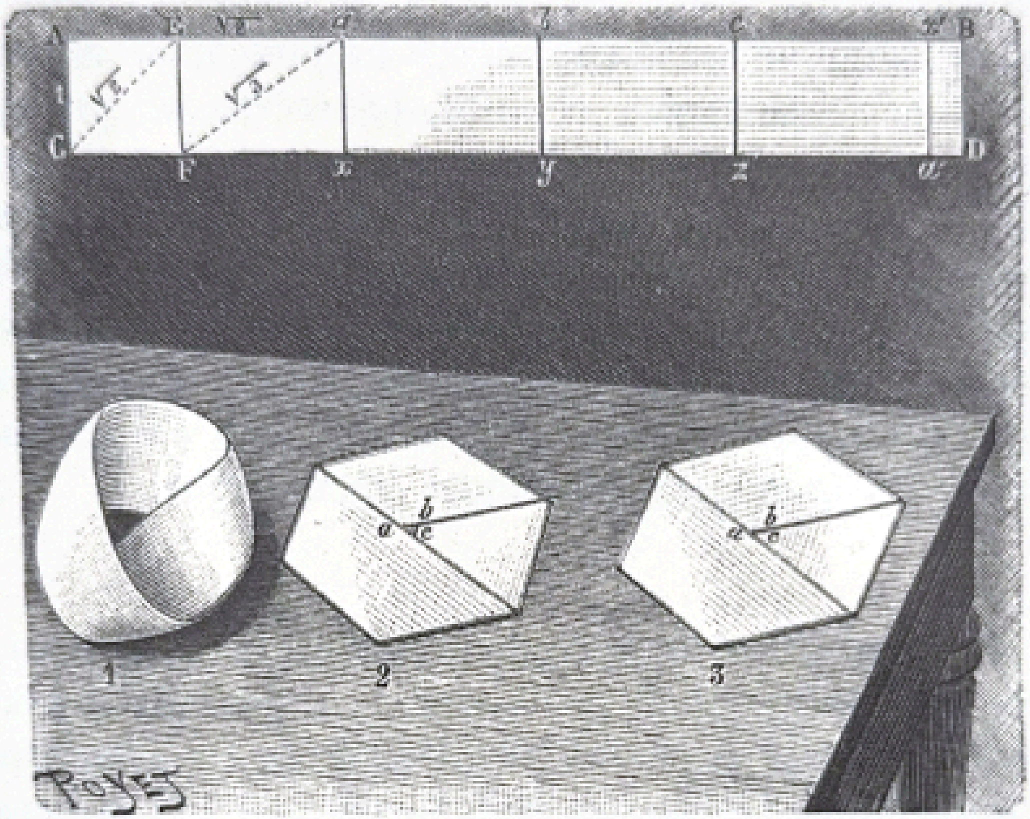
Les côtés AD et AE sont à angle droit, la partie

ACBO est constituée par un demi-cercle dont le rayon OA ou OB est égal à AE et dont la circonférence est tangente au point A au côté AD. Les points A et O sont marqués sur l'équerre par deux petites encoches.

S'agit-il de diviser en trois parties égales un angle quelconque XSY? Plaçons notre équerre de façon que son côté AD passe par le sommet S de l'angle, que l'extrémité E de l'équerre se trouve sur le côté SX, et que l'arc de cercle ACB soit tangent à l'autre côté SY de l'angle. Traçons au crayon la ligne SA, le long de ce côté de l'équerre; marquons sur le papier le point O, à l'endroit de l'encoche; enlevons notre équerre, joignons le point S au point O. Rien de plus simple, n'est-ce pas, que le tracé de ces deux lignes? Eh bien! nous venons sans nous en douter de diviser notre angle en trois parties égales. Pour le démontrer, les notions de la géométrie la plus élémentaire sont suffisantes: Les deux angles XSA, ASO sont égaux, comme faisant partie de deux triangles égaux ESA, ASO qui sont rectangles en A, ont un côté commun SA, et deux côtés égaux AE, AO. Les deux angles ASO, OSY sont égaux, comme étant formés par les deux tangentes SA et SY, menées du point S au cercle, et par le côté commun SO qui joint le point S au centre de ce cercle. Les trois angles ESA, ASO et OSY sont donc égaux, ce qu'il fallait démontrer.

On peut fabriquer l'équerre avec une feuille de carton, en mettant seulement beaucoup de soin à découper la partie circulaire.

II. — POLYGONES



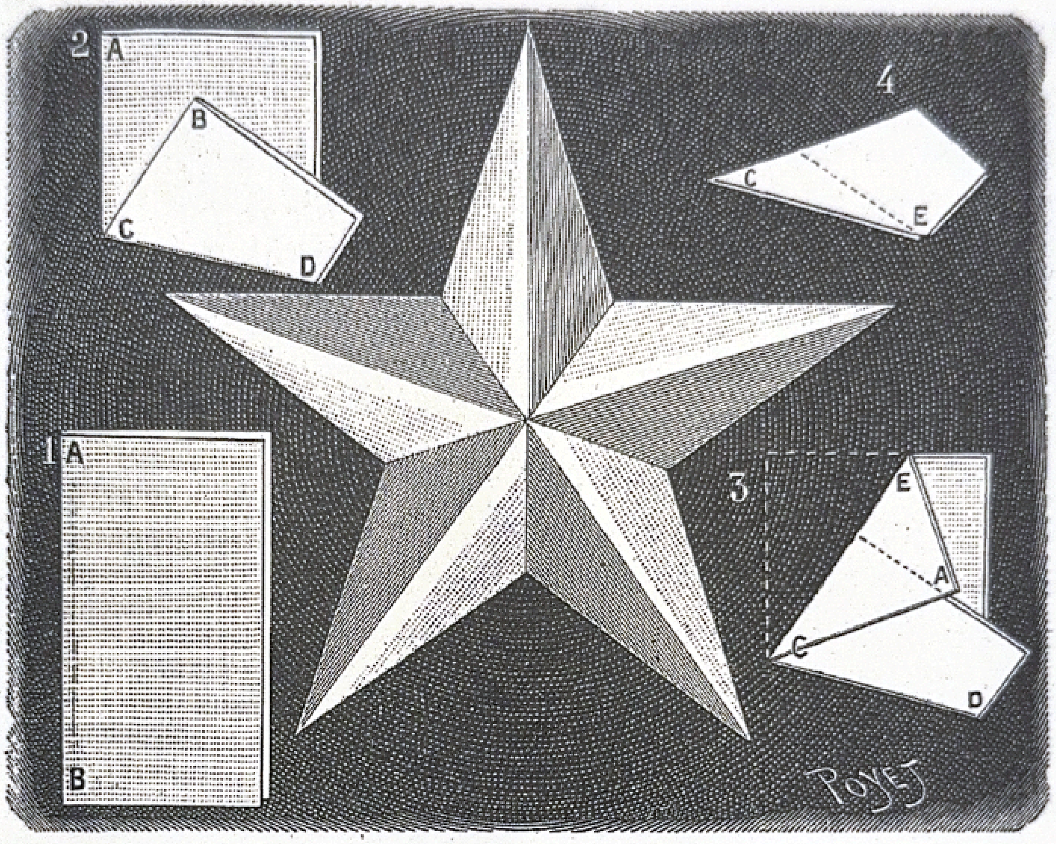
Construire d'un coup de poing un hexagone régulier.

Collez ensemble les extrémités d'une bande de papier, de façon à obtenir une bande sans fin, mais en donnant à l'un des bouts, avant de le coller, une demi-torsion ; vous obtenez ainsi un bracelet de papier ayant l'aspect de la figure 1 de notre dessin. Si vous pressez ce papier à plat sur la table, vous formerez instantanément un hexagone plus ou moins régulier (*fig.* 2). Avec ce procédé si simple, vous pourrez, en calculant d'avance la longueur de la bande, obtenir l'hexagone régulier, dans lequel les points *a b c* de la figure 2 coïncideront de façon à ne plus avoir de vide au milieu du polygone. Il suffit, pour cela, de prendre une bande de papier de 5 centimètres de largeur sur 26 centimètres de longueur, plus 1 centimètre, par exemple, pour le recouvrement de la partie collée. Donnez à un de vos amis la bande toute préparée, en le priant de l'aplatir sur la table d'un coup de poing; il sera tout surpris de voir qu'il a, d'un seul coup, construit une figure rigoureusement géométrique.

Nota. — Il est évident que vous pouvez opérer avec une largeur de papier quelconque, pourvu que la longueur soit proportionnelle; il suffit de se rappeler que le pourtour de l'hexagone régulier est égal à la largeur de la bande multipliée par le nombre $3\sqrt{3}$. Comme $3\sqrt{3}$ est égal à 1,7321, c'est donc par 5,1963 qu'il faut multiplier la largeur du côté. — Vous pouvez, du reste, opérer sans aucun calcul, et par le simple pliage de la bande de papier, en faisant la construction représentée en haut de notre dessin.

Soit la bande ABCD. Plions-la suivant la ligne CE, puis suivant EF. Nous avons le carré ACEF, dans lequel CE est égale à $\sqrt{2}$, en supposant la largeur de la bande égale à 1. Portons le pli CE sur EB; le point C arrive en *a*. Marquons ce point, et plions le papier suivant F*a*. En vertu du théorème du carré de l'hypothénuse, on a : $Fa = \sqrt{2}$. Nous n'avons donc qu'à porter 3 fois cette longueur sur la ligne *a* B, en *a b*, *b c* et *c x*;

la longueur $a\,x$ est égale au pourtour de l'hexagone, car elle est égale à $AC \times 3\sqrt{3}$. Plions la bande suivant $a\,x$, $b\,y$, $c\,z$ *et* $x'\,a'$ en laissant le petit rectangle $x'\,B\,a'\,D$ pour recevoir la colle ; coupons le papier suivant $a\,x$, collons les deux bouts en donnant un demi-tour à l'un d'eux, de façon que x' coïncide avec x, et a' avec a ; et voilà notre bande prête à nous fournir, par son écrasement, l'hexagone régulier représenté au n° 3 de la figure.



D'un seul coup de ciseaux en ligne droite, découper une étoile à cinq branches.

Nous avons précédemment appris la manière d'obtenir l'ombre de l'étoile à cinq branches (1); aujourd'hui, je vais montrer comment l'on peut obtenir la forme exacte de l'étoile à cinq branches, et cela d'un seul coup de ciseaux donné en ligne droite dans un morceau de papier plié de la manière suivante :

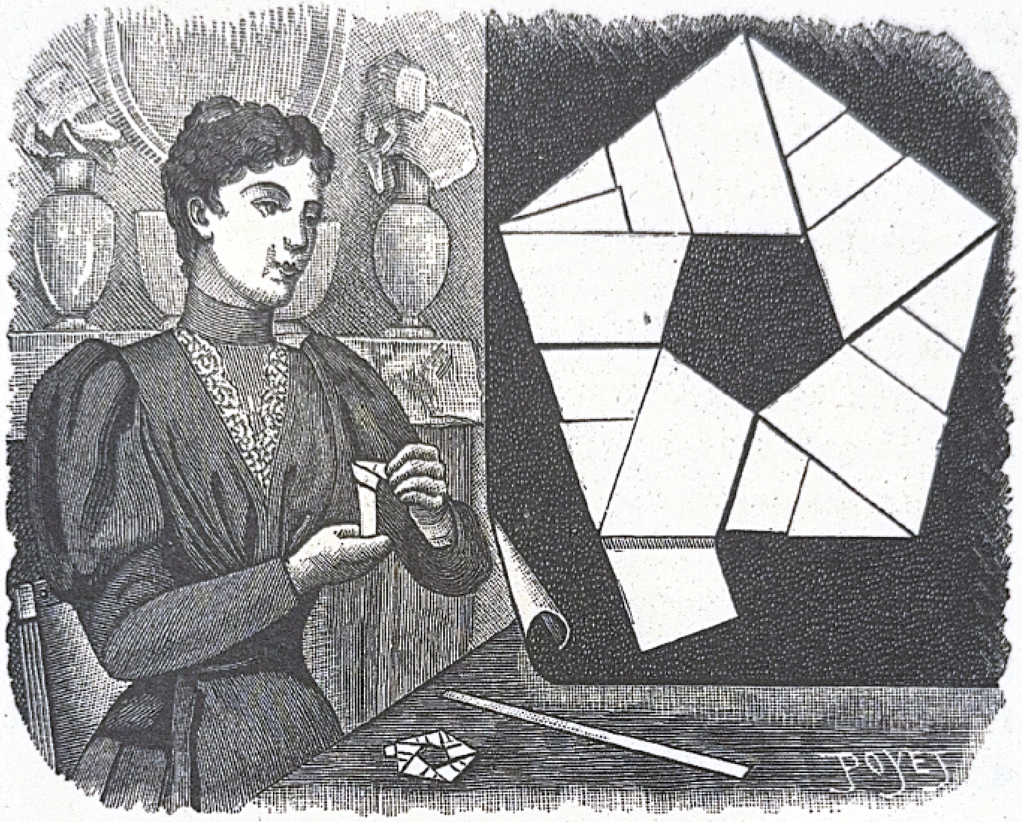
Prenez une feuille de papier à lettre double, en plaçant à gauche le pli A B (*fig.* 1).

---

(1) Voir la *Science Amusante*, 2ᵉ série, page 153.

Pliez-la suivant la ligne C D (*fig. 2*), de façon que l'angle A C B soit la moitié de l'angle B C D; vous y arriverez très vite par tâtonnement, en repliant la feuille suivant la ligne C E, qui n'est autre que la ligne C B prolongée de la figure 2. Votre feuille a alors l'aspect représenté figure 3. Pliez-la maintenant en deux suivant C A. Si la ligne C E vient sur C D, c'est que vous aurez bien exécuté le premier pliage de la figure 2; si elle vient en dehors ou en dedans, il faut modifier le premier pli C D. Lorsque vous voyez que vous êtes arrivé juste, et que la ligne C E vient exactement sur C D, comme le montre notre figure 4, donnez le coup de ciseaux suivant la ligne droite marquée en traits pointillés, et, en dépliant le papier, vous constatez que vous avez construit la jolie étoile à cinq branches représentée au centre de notre dessin.

Voilà, pour nos aimables lectrices, un moyen simple et rapide de découper des étoiles en papier doré, destinées à décorer leurs arbres de Noël.



Les sept Pentagones.

Nous avons déjà publié la manière de construire les principaux polygones réguliers, à l'aide d'un simple morceau de papier et sans l'usage d'aucun instrument de dessin. Je rappellerai, entre autres constructions de ce genre, celle du triangle équilatéral et de l'hexagone régulier, ainsi que la formation des pentagones réguliers convexe et étoilé (1).

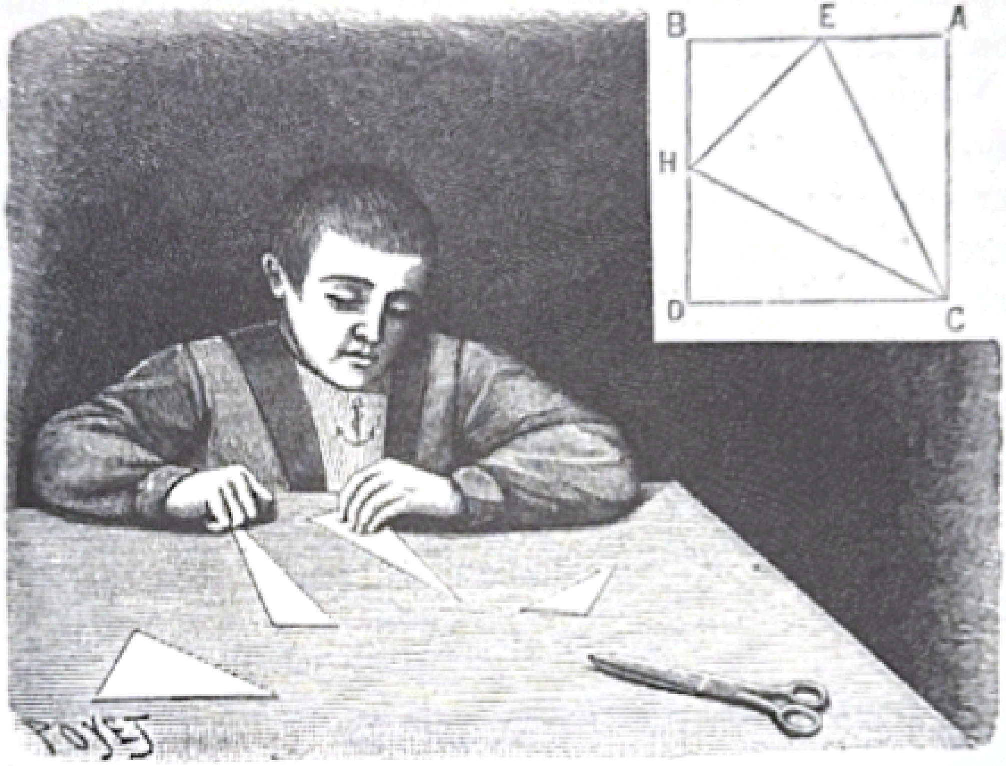
Nous avons pu déterminer ainsi très exactement les

(1) Voir la *Science Amusante*, 2e série, pages 151 et 153.

angles de 120° (triangle équilatéral), 60° (hexagone) et 72° (pentagone), ce qui rendra de grands services en l'absence d'une boîte de compas que l'on n'a pas toujours sous la main.

Aujourd'hui, j'indiquerai une variante de la formation du pentagone régulier. Nous avions formé cette figure en faisant un simple nœud dans une bande de papier. Si nous répétons cinq fois de suite la même opération, en juxtaposant les nœuds faits avec la bande, nous obtenons sept pentagones, savoir : les cinq pentagones résultant des cinq nœuds de papier, un vide représentent un pentagone égal en surface à chacun des précédents ; enfin, le contour de tout cet ensemble, qui est lui-même un pentagone rigoureusement géométrique, dont la surface est égale à six fois la surface d'une des petites figures primitives.

VI. — JEUX DE CASSE-TÊTE



Carré casse-tête.

Un carré de papier peut être transformé, avec trois coups de ciseaux, en un casse-tête original qui fera chercher bien longtemps ceux de vos amis à qui vous le proposerez. Comme tracé, rien de plus simple. Prenez le milieu E du côté B A, le milieu H du côté B D, et tracez les lignes C E, E H et H C. Coupez le papier suivant ces trois lignes, mélangez les quatre triangles ainsi obtenus, et priez un amateur de les remettre en place de façon à reconstituer le carré primitif. Vous serez surpris du temps qu'il mettra à trouver la place de ces quatre morceaux, et cela pour construire une figure aussi régulière qu'un carré.

Voici un autre casse-tête du même genre, qui s'explique sans avoir besoin de dessin. Traversez un carré par une ligne rencontrant obliquement deux des côtés parallèles; tracez une ligne perpendiculaire à la précédente et rencontrant les deux autres côtés parallèles. Découpez le carré suivant ces deux lignes; vous obtenez quatre quadrilatères qu'il sera fort difficile de remettre en place pour reformer le carré primitif. La difficulté vient de ce que chaque quadrilatère possède deux angles droits, ce qui déroute longtemps le chercheur.